

# Opracowanie algorytmu rozwiązania aerotriangulacji minimalizującego wpływ stosowanego odwzorowania kartograficznego – założenia projektu

Data wpłynięcia do Redakcji: 05/2022

Data akceptacji przez Redakcję do publikacji: 06/2022

2022, volume 11, issue 1, pp. 46-54

**Marian Poniewiera**  
Politechnika Śląska, Poland



**Streszczenie:** Celem niniejszej pracy jest opracowanie technologii wyrównania aerotriangulacji wolnej od wpływu krzywizny Ziemi i stosowanego odwzorowania kartograficznego. Prezentowana technologia opiera się na zasadzie wyrównania aerotriangulacji w trójwymiarowym geodezyjnym układzie topocentrycznym, a następnie jej transformacja do danego układu kartograficznego i wysokościowego. Dotychczasowe metody numerycznego opracowania aerotriangulacji lub sieci fotogrametryczno-geodezyjnej opierały się bowiem na pewnej deformacji przestrzeni matematycznej, w której to opracowywanie realizowano; deformacje te wynikały z wprowadzenia do współrzędnych tłowych każdego fotogramu poprawek na krzywiznę Ziemi.

**Słowa kluczowe:** aerotriangulacja, poprawka na krzywiznę Ziemi, układy współrzędnych

## WPROWADZENIE

Fotogrametria przeżywa obecnie dynamiczny rozwój, również w górnictwie, coraz częściej wykorzystywane są bezzałogowe statki powietrzne, samoloty i satelity. Do otrzymania praktycznie wszystkich opracowań lotniczych potrzebna jest prawidłowo wykonana aerotriangulacja.

W Katedrze Geoinżynierii i Eksploatacji Surowców Politechniki Śląskiej w Gliwicach obecnie są prowadzone badania, które mają na celu sprawdzić, czy wstępne przetworzenie danych wejściowych np. do układu topocentrycznego może zwiększyć dokładność wyrównania aerotriangulacji. Badania te są rozwinięciem technologii opracowanych w pracy doktorskiej [1].

Prezentowana we wspomnianej pracy doktorskiej technologia opierała się na zasadzie wyrównania aerotriangulacji w trójwymiarowym geodezyjnym układzie topocentrycznym (elipsoidalnym), a następnie jej transformacja do danego układu kartograficznego i wysokościowego. Dotychczasowe metody numerycznego opracowania aerotriangulacji lub sieci fotogrametryczno-geodezyjnej opierały się bowiem na pewnej deformacji przestrzeni matematycznej, w której to opracowywanie realizowano. Deformacje te wynikają z wprowadzenia do współrzędnych tłowych każdego fotogramu poprawek na krzywiznę Ziemi. W celu przeprowadzenia obliczeń metodą układu topocentrycznego nie trzeba

modyfikować używanego oprogramowania a jedynie należy przeprowadzić dodatkową korektę danych wejściowych.

**TRANSFORMACJA DO UKŁADU TOPOCENTRYCZNEGO**

Geodezyjny układ topocentryczny, jakim posługuję się w niniejszej pracy jest to układ ortonormalny, którego początek leży w środku opracowywanego obszaru, a osie OX, OY leżą w płaszczyźnie stycznej do elipsoidy.

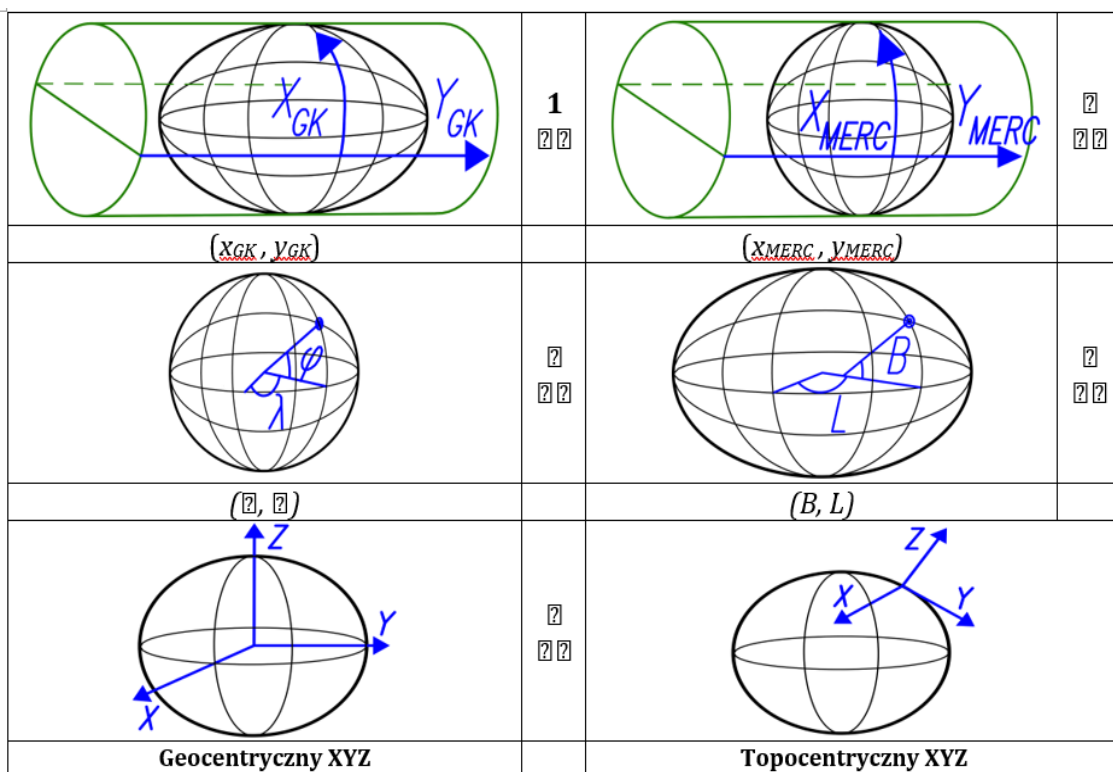
W zależności od posiadanych danych podzieliłem problemy transformacji na 4 grupy:

**1. Dysponujemy współrzędnymi punktów nawiązania w układzie geocentrycznym**

Jeżeli dysponujemy współrzędnymi punktów nawiązania w układzie geocentrycznym lub w dowolnym układzie ortonormalnym (taką sytuację mamy, gdy wykorzystujemy pomiary GPS, czyli obecnie prawie zawsze) to możemy przejść do układu topocentrycznego poprzez przestrzenną transformację izometryczną [2].

**2. Posiadamy współrzędne w jednoznacznie zdefiniowanym układzie odwzorowawczym**

Jeżeli posiadamy współrzędne w danym, jednoznacznie zdefiniowanym układzie odwzorowawczym to transformację do układu topocentrycznego możemy podzielić na omówione poniżej etapy. Na rysunku 1 zobrazowano te etapy dla odwzorowania Gaussa-Krügera.



Rys. 1 Schemat geometryczny realizacji odwzorowania Gaussa-Krügera

Źródło: M. Żogała, M. Poniewiera.

1. W pierwszym kroku transformujemy punkty z układu współrzędnych płaskich na układ geodezyjny BL, jest to inaczej mówiąc odwrócenie odwzorowania kartograficznego z płaskiego układu współrzędnych na powierzchnię odniesienia (elipsoidę) [3]. W praktyce obliczeniowej wygodniej jest wykorzystać powierzchnię kuli: na rys. 1 są to przejścia 1, 2 i 3. Czyli najpierw wykonujemy wiernokątne przekształcenie płaszczyzny Gaussa-Krügera na płaszczyznę Mercatora. W drugim przejściu, przy pomocy odwzorowania poprzecznego Mercatora, przechodzimy z płaszczyzny na sferę. Przejście trzecie to odwzorowanie Lagrange'a – wiernokątne odwzorowanie sfery na elipsoidę.
2. Następnie przeliczamy wysokości niwelacyjne na wysokości elipsoidalne [3]. Jak wynika z przeprowadzonych przeze mnie testów ten krok mógłby być w praktyce pominięty. W celu przeliczenia wysokości niwelacyjnych na wysokości elipsoidalne można wykorzystać przybliżoną mapę geoidy. W praktyce geodezyjnej często dysponuje się współrzędnymi punktów kontrolnych otrzymanych przy pomocy techniki GPS, posiadających zarówno wysokości elipsoidalne jak i niwelacyjne. Wówczas, w zależności od ilości punktów dostosowania stosujemy transformację liniową lub kwadratową [2].
3. Przeliczamy uzyskane współrzędne BLH na współrzędne geocentryczne XYZ [2]. Na rysunku 1 jest to przejście czwarte.
4. Przeliczamy współrzędne geocentryczne na lokalny układ topocentryczny XYZ przy pomocy przestrzennej transformacji izometrycznej [3]. Na rysunku 1 jest to przejście piąte.
5. Rozwiązujemy aerotriangulację w układzie topocentrycznym.
6. Transformujemy punkty z układu topocentrycznego na układ geocentryczny. Transformację tą przeprowadzam analogicznie jak w punkcie 4.
7. Transformujemy punkty z układu geocentrycznego na układ geodezyjny BLH. Stosuję metodę Helmerta bezpośredniego rzutowania na elipsoidę [2].
8. Transformujemy punkty z układu współrzędnych elipsoidalnych BLH na układ współrzędnych płaskich XY stosując odpowiednie odwzorowanie kartograficzne. Stosuję postępowanie odwrotne do schematu podanego w punkcie 1.
9. Następnie przeliczamy wysokości elipsoidalne na wysokości niwelacyjne. Wykonujemy to zgodnie ze schematem podanym w punkcie 2.

Ostatecznie otrzymujemy współrzędne w wejściowym płasko-wysokościowym układzie współrzędnych.

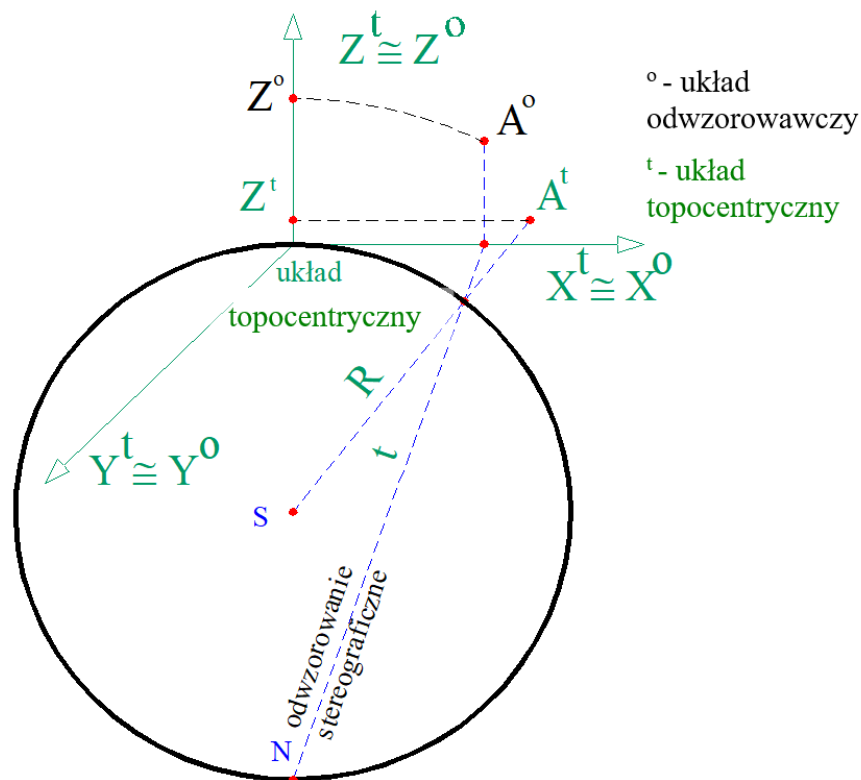
### **3. Używamy układu o nieznanym datum, ale posiadamy punkty dostosowania do znanego układu współrzędnych**

Jeżeli używamy układu o nieznanym datum, ale posiadamy punkty dostosowania do znanego układu współrzędnych to transformację do układu topocentrycznego musimy podzielić na następujące kroki:

1. Najpierw dokonujemy transformacji z jednego układu współrzędnych płaskich do drugiego stosując odpowiednią transformację (wielomianową, konforemną, afiniczną itp.) [4].
2. Następnie postępujemy jak w podrozdziale 2.2.

### UPROSZCZONY ALGORYTM WYRÓWNANIA AEROTRIANGULACJI W TRÓJWYMIAROWYM UKŁADZIE TOPOCENTRYCZNYM

Oprócz podania ścisłego algorytmu transformacji współrzędnych z płasko-wysokościowego układu odwzorowawczego do przestrzennego układu topocentrycznego opracowałem również pewien uproszczony algorytm [1]. Zakładam w nim, że Ziemia jest kulą i stosuję odwzorowanie stereograficzne. Ma on znaczenie edukacyjne, łatwo przedstawić przy jego pomocy istotę metody układu topocentrycznego. Omawiany algorytm jest niewrażliwy na kąty nachylenia zdjęć, a także na zróżnicowanie wysokościowe terenu. Algorytm ten znacząco zmniejsza czas rozwiązania, a dokładność wyrównania aerotriangulacji w praktyce nie ulega zmianie w stosunku do metod ścisłych.



Rys. 2 Uproszczona transformacja z płasko-wysokościowego układu współrzędnych na układ topocentryczny

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać na rysunku 2 transformacja z płasko-wysokościowego układu współrzędnych do przestrzennego układu topocentrycznego może odbyć się przy pomocy następujących wzorów:

1. Przyjmuję oznaczenia:

- $A^o$  – punkt w płasko-wysokościowym (nie ortonormalnym) układzie współrzędnych odwzorowawczych,
- $R$  – promień Ziemi,
- $dz$  – odległość płaszczyzny odwzorowawczej od powierzchni Ziemi (ma to znaczenie w odwzorowaniu quasi-stereograficznym) na rysunku wynosi ona 0,0,
- $X^o$  – promień wodzący w płaskim układzie współrzędnych odwzorowawczych,

$$X^o = \overline{O}$$

- $X^t$  – promień wodzący w układzie topocentrycznym,
2. Dokonuję odwrócenia odwzorowania kartograficznego punktu  $A^o$ , otrzymuję punkt  $A^k$

$$Z_t = Z_o - dz$$

$$t = \frac{2R - dz}{x_o}$$

$$Z_k = X_k * t - 2R$$

$$X_k = \frac{2R * t}{1 + t^2}$$

3. Dokonuję transformacji do układu topocentrycznego:

$$X_t = \frac{X_k(X_o + R)}{R}$$

$$Z_t = \frac{X_t(Z_k + R) - R * X_k}{X_k}$$

i ostatecznie:

$$X_{A^t} = \frac{X_{A^o} X_t}{X_o}$$

$$Y_{A^t} = \frac{X_{A^o} Y_t}{Y_o}$$

**TABULOGRAM ZAWIERAJĄCY PROCEDURĘ NAPISANĄ W JĘZYKU LISP TRANSFORMUJĄCĄ WSPÓŁRZĘDNE Z UKŁADU ODWZOROWAWCZEGO DO UKŁADU TOPOCENTRYCZNEGO METODĄ UPROSZCZONĄ**

(defun krzyw65 (lista / def1 R L)

;; transformuje współrzędne XY płaszczyzny na kulę styczną w danym punkcie

;; płaszczyzny odwzorowawczej – (zmienna „globalny\_srodek”)

;; współrzędna Z liczona z transformacji płaszczyzny na kulę styczną w środku

;; opracowywanego obszaru

;; transformacja pseudo-stereograficzna, jak w układzie 65 strefa 1-4

;; lista - ((nr1 pktA1) (nr2 pktA2) ... (nrn pktAn));

(defun def1 (pkt R dz / Xa Ya Zo Xo tt Xk Zk Xt Zt)

;; pkt - punkt na płaszczyźnie odwzorowawczej

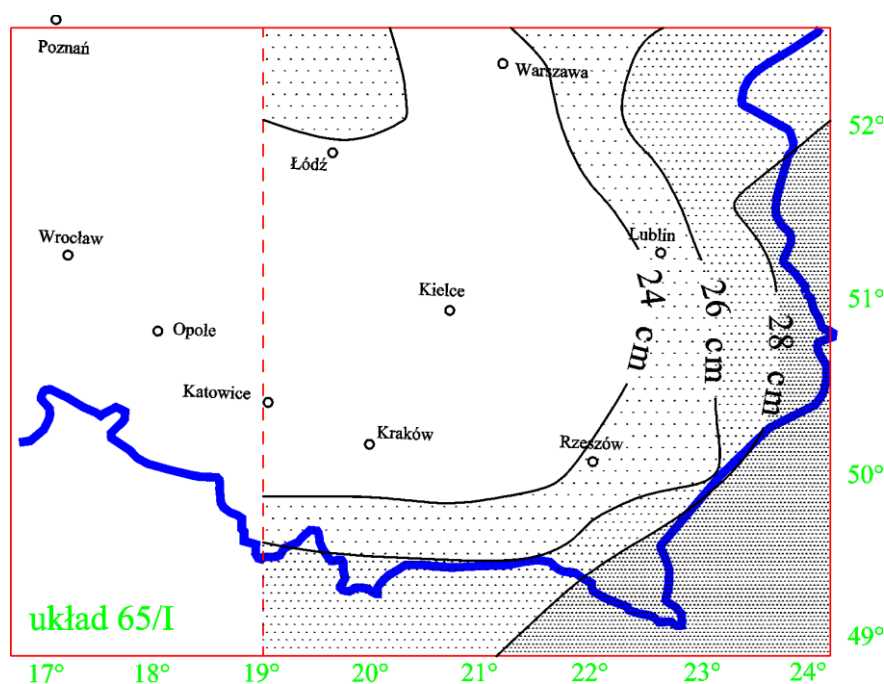
```

;; R - promień Ziemi
;; dz - odległość płaszczyzny odwzorowawczej od Ziemi
(setq Xa (- (car pkt) (car globalny_srodek))
      Ya (- (cadr pkt) (cadr globalny_srodek))
      Zo (caddr pkt)
    )
(setq Xo (distance '(0 0) (list Xa Ya))) ; promień wodzący
(if (= 0 Xo)
    (setq Zt (- Zo dz))
    (setq tt (/ (- (* 2 R) dz) Xo)
          Xk (/ (* 2 R tt) (1+ (sqr tt))) ; rzut na kulę
          Zk (- (/ (* Xk (- (* 2 R) dz)) Xo) (* 2 R))
          Xt (/ (* Xk (+ Zo R)) R) ; rzut do układu
topocentrycznego
          Zt (- (/ (* Xt (+ Zk R)) Xk) R)
          Xa (/ (* Xa Xt) Xo)
          Ya (/ (* Ya Xt) Xo)
    )
)
(setq Xa (+ Xa (car globalny_srodek))
      Ya (+ Ya (cadr globalny_srodek))
    )
(list Xa Ya Zt)
)
(setq R promien_Ziemi ; promień Ziemi
      dz 0.0 ; stała odsunięcia płaszczyzny tnącej
    )
(setq l (mapcar '(lambda (l)
                (list
                  (car l) ; nr punktu
                  (cadr l) ; punkt w układzie
topocentrycznym
                  (def1 (cadr l) R dz) ; punkt w układzie
topocentrycznym
                )
              )
        lista
    )
)
l
); koniec programu krzyw 65

```

## WPLYW ODWZOROWANIA KARTOGRAFICZNEGO NA WYRÓWNANIE AEROTRIANGULACJI

Aerotriangulacja jest metodą kameralnego zagęszczenia punktów osnowy na podstawie zdjęć lotniczych [5, 6, 7]. Fotogrametria stosowana jest w wielu dziedzinach techniki, również w górnictwie [8]. Badania oceniające wpływ odwzorowania kartograficznego na wyrównanie aerotriangulacji rozpoczęto w pracy doktorskiej [1] i są one obecnie kontynuowane [9]. Planowane jest przeliczenie i porównanie wyników szeregu rzeczywistych i generowanych numerycznie aerobloków w różnych układach współrzędnych. Już pierwsze wyniki badań wskazują, że taki wpływ istnieje. Na rysunku 3 przedstawiono wielkości błędów rozwiązania aerotriangulacji bloku 54 zdjęć w skali 1:26 000 w układzie 65/I w zależności od położenia bloku w stosunku do środka strefy. W granicznych przypadkach odchyłka między rozwiązaniem aerotriangulacji w układzie topocentrycznym a układem 1965 wyniosła 0.28 m.



Rys. 3 Izolinie odchyłek rozwiązania aerotriangulacji w zależności od położenia bloku w stosunku do środka strefy

Źródło: opracowanie własne

## PODSUMOWANIE

Niniejszy artykuł przedstawia główne założenia badań oceniających wpływ różnych układów współrzędnych na rozwiązanie aerotriangulacji. Badania te jeszcze trwają, ale już pierwsze wyniki wskazują, że przeprowadzenie obliczeń w układzie ortonormalnym np. topocentrycznym pozwala na zwiększenie dokładności otrzymanych współrzędnych.

W niniejszej pracy przedstawiono definicję stosowanego układu topocentrycznego oraz podano podstawowe wzory potrzebne do wykonania transformacji do tego układu.

Do zalet rozwiązania aerotriangulacji w topocentrycznym układzie odniesienia należy zaliczyć to, że:

1. Stosując oryginalne, nieprzetworzone współrzędne tłowe unika się trudnego do oceny błędu spowodowanego poprawkami wprowadzonymi:
  - ze względu na krzywiznę Ziemi,
  - ze względu na wysokość terenu nad przyjętą powierzchnią odniesienia,
  - ze względu na odwzorowanie kartograficzne.
2. Można wprowadzić do obliczeń nieprzetworzone na układ odniesienia dane uzyskane z przygotowawczego pomiaru bezpośredniego, w szczególności przyrosty współrzędnych uzyskanych metodą GPS oraz pomiary odległości. Powinno to wzmocnić konstrukcję sieci, a także podnieść dokładność uzyskanych wyników.
3. Odtworzona zostaje rzeczywista powierzchnia terenu, nie zniekształcona poprawkami odwzorowawczymi. Może to mieć znaczenie dla wszelkich pomiarów różnicowych, w których interesuje nas wzajemne położenie danych obiektów.
4. Stosując metodę układu topocentrycznego znacznie zmniejszamy ryzyko wystąpienia defektu układu. Jak wynika z moich badań, stosując metody tradycyjne, w pewnych warunkach niewielkie błędy danych wejściowych mogą prowadzić do poważnego zakłócenia sieci fotogrametrycznej.
5. W celu przeprowadzenia obliczeń metodą układu topocentrycznego nie trzeba modyfikować używanego oprogramowania, zmieniamy jedynie dane wejściowe.

## LITERATURA

- [1] Poniewiera M. Metodyka numerycznego opracowania aerotriangulacji w geodezyjnym układzie topocentrycznym. *Praca doktorska, AGH Kraków, 2001.*
- [2] Kadaj R. Polskie układy współrzędnych. Formuły transformacyjne, algorytmy i programy. [On-line]. Available: [www.geonet.net.pl](http://www.geonet.net.pl) [May 13, 2022].
- [3] Kadaj R. Wytyczne techniczne G-1.10. Poprawki odwzorowawcze państwowego układu współrzędnych. Warszawa. 2001.
- [4] Sokoła-Szewioła V., Poniewiera M., Mierzejowska A. „Coordinate transformation using the author's software in GIS class system – case study”, *Geoinformatica Polonica*, vol. 20, 2021.
- [5] Żogała M. Zastosowanie metody niezależnych modeli do transformacji lokalnych układów współrzędnych stosowanych w kopalniach węgla kamiennego. *Praca doktorska, Politechnika Śląska, 2022.*
- [6] Kadaj R. Wyrównanie wielkiej sieci fotogrametryczno-geodezyjnej system PHOTONET C, *Geoinwers*, Rzeszów 1990.
- [7] Sitek Z. Fotogrametria ogólna i inżynierska, *PPWK Warszawa – Wrocław, 1991.*
- [8] Krawczyk A. Geomatics and mining geoinformation – their practical applications and development barriers, *AGH University of Science and Technology Press, 2019.*
- [9] Poniewiera M. „Zastosowanie oprogramowania Geolisp do budowy dynamicznego systemu informacji o przestrzeni górniczej”, *Systemy Wspomagania w Inżynierii Produkcji*, vol. 6, 2017.



### **Developing a Solution Algorithm of Aerotriangulation to Minimize the Influence of Used Map Projection – Project Assumptions**

**Abstract:** The purpose of this work is to elaborate a technology to adjustment an aerotriangulation free of influence curvature of the earth and used map projection. Described technology is based on solving an aerotriangulation in three-dimensional geodetical topocentric system and then transformation to used co-ordinates system. Existing methods numerical elaboration of an aerotriangulation or net photogrammetric-geodetical was made in deformed three-dimensional space. The deformation results from entering to image coordinates corrections for curvature of the earth.

**Keywords:** aerotriangulation, correction for earth curvature, coordinates systems

**Dr inż. Marian Poniewiera**

Politechnika Śląska

Wydział Górnictwa, Inżynierii Bezpieczeństwa i Automatyki Przemysłowej

ul. Akademicka 2a, 44-100 Gliwice, Polska

e-mail: Marian.Poniewiera@polsl.pl